

Закон Дарси

Закон Дарси (Анри Дарси, 1856) — закон фильтрации жидкостей и газов в пористой среде. Получен экспериментально. Выражает зависимость скорости фильтрации флюида от градиента напора:

$$\vec{u} = K\vec{I},$$

где: \vec{u} — скорость фильтрации, K — коэффициент фильтрации, \vec{I} — градиент напора^[1].

В теоретической гидродинамике

В фундаментальной механике сплошных сред при изучении течений жидкостей и газов в пористой среде широко применяется дифференциальная форма закона Дарси (здесь приведён для движения в поле тяжести):

$$\vec{u} = -\frac{K}{\rho g} \nabla (\rho g z + P),$$

где P — внешнее давление, ρ — плотность флюида, g — ускорение свободного падения, z — вертикальная координата.

[править] Уравнение баланса сил

Можно переписать закон Дарси в виде уравнения баланса сил^[2]:

$$-\nabla P - \frac{\eta}{K} \vec{u} + \rho \vec{f} = 0,$$

где \vec{f} — поле внешних сил, η — динамическая вязкость жидкости или газа, $K = \eta k / \rho g$ — коэффициент проницаемости. Коэффициент проницаемости характеризует способность пористой среды к пропусканию флюида.

Полная система уравнений фильтрации несжимаемой жидкости также включает условие несжимаемости:

$$-\nabla P - \frac{\eta}{K} \vec{u} + \rho \vec{f} = 0,$$

$$\operatorname{div} \vec{u} = 0.$$

Необходимым граничным условием для данной модели на твёрдых поверхностях является только условие непроницаемости.

[править] Потенциальная форма закона

При постоянном коэффициенте проницаемости поле скорости фильтрации имеет скалярный потенциал, что позволяет переписать систему уравнений фильтрации в форме уравнения Лапласа^[3]:

$$\vec{u} = k\nabla h, \quad \Rightarrow \quad \exists \quad \Phi = kh,$$

где h — напор.

Уравнение Лапласа с граничным условием вытекает из условия несжимаемости:

$$\Delta\Phi = 0,$$

$$\left. \frac{\partial\Phi}{\partial n} \right|_S = (\vec{n} \cdot \nabla\Phi)|_S = 0,$$

где \vec{n} — вектор нормали к поверхности. Граничным условием на твёрдых поверхностях является условие равенства нулю нормальной компоненты градиента Φ .

В принципе, во всех приведённых выше уравнениях поле массовых сил и градиента давления могут быть объединены, что сведётся к простой перенормировке давления.

Единицы измерения

Закон Дарси связан с несколькими системами измерений. Среда с проницаемостью 1 Дарси (Д) позволяет протекать 1 см³/с жидкости или газа с вязкостью 1 сп (мПа·с) под градиентом давления 1 атм/см, действующего на площадь 1 см². 1 миллидарси (мД) равен 0,001 Дарси.

В системе измерения СИ, 1 Дарси эквивалентен $9,869233 \cdot 10^{-13}$ м² или 0,9869233 мкм². Такое преобразование обычно аппроксимируется как 1 мкм². Следует заметить, что это число, обратное к 1,013250 — коэффициент преобразования из атмосфер в бары.